МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Министерство образования Оренбургской области

Управление образования администрации города Оренбурга

МОАУ "СОШ № 86"

РАССМОТРЕНО	СОГЛАСОВАНО	УТВЕРЖДЕНО
Методическим советом МОАУ «СОШ № 86»	Педагогическим советом МОАУ «СОШ № 86»	Директором МОАУ «СОШ № 86» _____________/Е.В. Сапкулова/
Протокол № 1 от "30" августа 2023 г.	Протокол № 1 от "30" августа 2023 г.	Приказ № 382 от "30" августа 2023 г.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 0082396BA50E5CD3714A368403ADB60509
Владелец: Сапкулова Елена Владимировна
Действителен: с 28.04.2023 до 21.07.2024

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

учебного предмета «Вероятность и статистика»

(базовый уровень)

для обучающихся 10-11 классов

Оренбург 2023

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа учебного курса «Вероятность и статистика» базового уровня для обучающихся 10 –11 классов разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, с учётом современных мировых требований, предъявляемых к математическому образованию, и традиций российского образования. Реализация программы обеспечивает овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу для саморазвития и непрерывного образования, целостность общекультурного, личностного и познавательного развития личности обучающихся.

ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

Учебный курс «Вероятность и статистика» базового уровня является продолжением и развитием одноимённого учебного курса базового уровня основной школы. Курс предназначен для формирования у обучающихся статистической культуры и понимания роли теории вероятностей как математического инструмента для изучения случайных событий, величин и процессов. При изучении курса обогащаются представления учащихся о методах исследования изменчивого мира, развивается понимание значимости и общности математических методов познания как неотъемлемой части современного естественно-научного мировоззрения.

Содержание курса направлено на закрепление знаний, полученных при изучении курса основной школы и на развитие представлений о случайных величинах и взаимосвязях между ними на важных примерах, сюжеты которых почерпнуты из окружающего мира.

В соответствии с указанными целями в структуре учебного курса «Вероятность и статистика» средней школы на базовом уровне выделены следующие основные содержательные линии: «Случайные события и вероятности», «Случайные величины и закон больших чисел».

Важную часть курса занимает изучение геометрического и биномиального распределений и знакомство с их непрерывными аналогами — показательным и нормальным распределениями.

Содержание линии «Случайные события и вероятности» служит основой для формирования представлений о распределении вероятностей между значениями случайных величин, а также эта линия необходима как база для изучения закона больших чисел – фундаментального закона, действующего в природе и обществе и имеющего математическую формализацию. Сам закон больших чисел предлагается в ознакомительной форме с минимальным использованием математического формализма.

Темы, связанные с непрерывными случайными величинами, акцентируют внимание школьников на описании и изучении случайных явлений с помощью непрерывных функций. Основное внимание уделяется показательному и нормальному распределениям, при этом предполагается ознакомительное изучение материала без доказательств применяемых фактов.

МЕСТО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

На изучение курса «Вероятность и статистика» на базовом уровне отводится 1 час в неделю в течение каждого года обучения, всего 68 учебных часов.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА

10 КЛАСС

Представление данных с помощью таблиц и диаграмм. Среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия и стандартное отклонение числовых наборов.

Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Близость частоты и вероятности событий. Случайные опыты с равновозможными элементарными событиями. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями.

Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей.

Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Независимые события.

Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона.

Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли.

Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Примеры распределений, в том числе, геометрическое и биномиальное.

11 КЛАСС

Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение. Примеры применения математического ожидания, в том числе в задачах из повседневной жизни. Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия геометрического и биномиального распределений.

Закон больших чисел и его роль в науке, природе и обществе. Выборочный метод исследований.

Примеры непрерывных случайных величин. Понятие о плотности распределения. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Понятие о нормальном распределении.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются:

Гражданское воспитание:

сформированностью гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.), умением взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением.

Патриотическое воспитание:

сформированностью российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики.

Духовно-нравственного воспитания:

осознанием духовных ценностей российского народа; сформированностью нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного; осознанием личного вклада в построение устойчивого будущего.

Эстетическое воспитание:

эстетическим отношением к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений; восприимчивостью к математическим аспектам различных видов искусства.

Физическое воспитание:

сформированностью умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственного отношения к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); физического совершенствования, при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью.

Трудовое воспитание:

готовностью к труду, осознанием ценности трудолюбия; интересом к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умением совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы; готовностью и способностью к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни; готовностью к активному участию в решении практических задач математической направленности.

Экологическое воспитание:

сформированностью экологической культуры, пониманием влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознанием глобального характера экологических проблем; ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды.

Ценности научного познания:

сформированностью мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; готовностью осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Метапредметные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются овладением универсальными ***познавательными*** *действиями, универсальными коммуникативными действиями, универсальными регулятивными действиями.*

1) *Универсальные* ***познавательные*** *действия, обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).*

Базовые логические действия:

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

- проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные суждения и выводы;
- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
- проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;
- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

- выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;
- выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;
- оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

2) *Универсальные* ***коммуникативные*** *действия, обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.*

Общение:

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Сотрудничество:

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

3) *Универсальные* ***регулятивные*** *действия, обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.*

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль:

- владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов; владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

10 КЛАСС

Читать и строить таблицы и диаграммы.

Оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее, наименьшее значение, размах массива числовых данных.

Оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт) и случайное событие, элементарное событие (элементарный исход) случайного опыта; находить вероятности в опытах с равновозможными случайными событиями, находить и сравнивать вероятности событий в изученных случайных экспериментах.

Находить и формулировать события: пересечение и объединение данных событий, событие, противоположное данному событию; пользоваться диаграммами Эйлера и формулой сложения вероятностей при решении задач.

Оперировать понятиями: условная вероятность, независимые события; находить вероятности с помощью правила умножения, с помощью дерева случайного опыта.

Применять комбинаторное правило умножения при решении задач.

Оперировать понятиями: испытание, независимые испытания, серия испытаний, успех и неудача; находить вероятности событий в серии независимых испытаний до первого успеха; находить вероятности событий в серии испытаний Бернулли.

Оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения.

11 КЛАСС

Сравнивать вероятности значений случайной величины по распределению или с помощью диаграмм.

Оперировать понятием математического ожидания; приводить примеры, как применяется математическое ожидание случайной величины находить математическое ожидание по данному распределению.

Иметь представление о законе больших чисел.

Иметь представление о нормальном распределении.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ
10 КЛАСС

№ п/п	**Наименование разделов и тем программы**	**Количество часов**			**Электронные (цифровые) образовательные ресурсы**
		Всего	**Контрольные работы**	**Практические работы**	
1	Представление данных и описательная статистика	4			
2	Случайные опыты и случайные события, опыты с равновозможными элементарными исходами	3		1	
3	Операции над событиями, сложение вероятностей	3			
4	Условная вероятность, дерево случайного опыта, формула полной вероятности и независимость событий	6			
5	Элементы комбинаторики	4			
6	Серии последовательных испытаний	3		1	
7	Случайные величины и распределения	6			
8	Обобщение и систематизация знаний	5	2		
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	2	2	

11 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Математическое ожидание случайной величины	4			
2	Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины	4		1	
3	Закон больших чисел	3		1	
4	Непрерывные случайные величины (распределения)	2			
5	Нормальное распределения	2		1	
6	Повторение, обобщение и систематизация знаний	19	2		
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	2	3	

ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ
10 КЛАСС

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольныеработы	Практическиеработы		
1	Представление данных с помощьютаблиц и диаграмм	1				
2	Среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения,размах, дисперсия, стандартное отклонение числовых наборов	1				
3	Среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения,размах, дисперсия, стандартное отклонение числовых наборов	1				
4	Среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения,размах, дисперсия, стандартное отклонение числовых наборов	1				
5	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарныесобытия (исходы)	1				
6	Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями	1				

7	Вероятность случайного события. Практическая работа	1		1		
8	Операции над событиями: пересечение, объединение событий,противоположные события. Диаграммы Эйлера	1				
9	Операции над событиями: пересечение, объединение событий,противоположные события. Диаграммы Эйлера	1				
10	Формула сложения вероятностей	1				
11	Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента	1				
12	Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента	1				
13	Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента	1				
14	Формула полной вероятности	1				
15	Формула полной вероятности	1				
16	Формула полной вероятности. Независимые события	1				
17	Контрольная работа	1	1			
18	Комбинаторное правило умножения	1				
19	Перестановки и факториал	1				

20	Число сочетаний	1				
21	Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона	1				
22	Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха	1				
23	Серия независимых испытаний Бернулли	1				
24	Серия независимых испытаний. Практическая работа с использованием электронных таблиц	1		1		
25	Случайная величина	1				
26	Распределение вероятностей. Диаграмма распределения	1				
27	Сумма и произведение случайных величин	1				
28	Сумма и произведение случайных величин	1				
29	Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное	1				
30	Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное	1				
31	Повторение, обобщение и систематизация знаний	1				

32	Повторение, обобщение и систематизация знаний	1				
33	Итоговая контрольная работа	1	1			
34	Повторение, обобщение и систематизация знаний	1				
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	2	2		

11 КЛАСС

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы		
1	Повторение, обобщение, систематизация знаний. Случайные опыты и вероятности случайных событий. Серии независимых испытаний	1				
2	Повторение, обобщение, систематизация знаний. Случайные опыты и вероятности случайных событий. Серии независимых испытаний	1				
3	Повторение, обобщение, систематизация знаний. Случайные опыты и вероятности случайных событий. Серии независимых испытаний	1				
4	Повторение, обобщение, систематизация знаний. Случайные опыты и вероятности случайных событий. Серии независимых испытаний	1				
5	Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея)	1				

6	Математическое ожидание суммы случайных величин	1				
7	Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений	1				
8	Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений	1				
9	Дисперсия и стандартное отклонение	1				
10	Дисперсия и стандартное отклонение	1				
11	Дисперсии геометрического и биномиального распределения	1				
12	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1		1		
13	Закон больших чисел. Выборочный метод исследований	1				
14	Закон больших чисел. Выборочный метод исследований	1				
15	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1		1		
16	Итоговая контрольная работа	1	1			
17	Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности распределения. Равномерное распределение и его свойства	1				

18	Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности распределения. Равномерное распределение и его свойства	1				
19	Задачи, приводящие к нормальному распределению. Функция плотности и свойства нормального распределения	1				
20	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1		1		
21	Повторение, обобщение и систематизация знаний. Описательная статистика	1				
22	Повторение, обобщение и систематизация знаний. Описательная статистика	1				
23	Повторение, обобщение и систематизация знаний. Опыты с равновозможными элементарными событиями	1				
24	Повторение, обобщение и систематизация знаний. Опыты с равновозможными элементарными событиями	1				
25	Повторение, обобщение и систематизация знаний. Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических	1				

	методов (координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера)					
26	Повторение, обобщение и систематизация знаний. Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов (координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера)	1				
27	Повторение, обобщение и систематизация знаний. Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов (координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера)	1				
28	Повторение, обобщение и систематизация знаний. Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов (координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера)	1				
29	Повторение, обобщение и систематизация знаний. Случайные величины и распределения	1				
30	Повторение, обобщение и систематизация знаний. Случайные величины и распределения	1				
31	Повторение, обобщение и систематизация знаний.	1				

	Математическое ожидание случайной величины					
32	Повторение, обобщение и систематизация знаний. Математическое ожидание случайной величины	1				
33	Итоговая контрольная работа	1	1			
34	Повторение, обобщение и систематизация знаний	1				
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	2	3		

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧЕНИКА

Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (в 2 частях), 10 класс/ Часть 1: Мордкович А.Г., Семенов П.В.; Часть 2: Мордкович А.Г. и другие; под редакцией Мордковича А.Г., Общество с ограниченной ответственностью «ИОЦ МНЕМОЗИНА»

Теория вероятностей и статистика. Экспериментальное учебное пособие для 10 и 11 классов общеобразовательных учреждений / Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров, И. Р. Высоцкий, И. В. Ященко. — М.: МЦНМО, 2014. — 248с.

Математика. Вероятность и статистика. 7-9 классы. Базовый уровень. Электронная форма учебника (в двух частях).

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

Математика. Вероятность и статистика. 7-9 классы. Базовый уровень. Методическое пособие к предметной линии учебников по вероятности и статистике И.Р. Высоцкого, И.Я. Ященко под редакцией И.Я. Ященко.

Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, Н.В. Федорова, М.И. Шабунин. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровень). 10-11 классы. Учебник. Москва. «Просвещение» (Главы 11-13);

М.И. Шабунин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова. Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы к учебнику Ш.А. Алимова и др. 11 класс. Москва. «Просвещение».

И.Р. Высоцкий, И.В. Ященко/Под редакцией И.В. Ященко. Математика. Вероятность и статистика. Базовый уровень. 7-9 классы. Учебник (в двух частях). Москва. «Просвещение».

Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (в 2 частях), 10 класс/ Часть 1: Мордкович А.Г., Семенов П.В.; Часть 2: Мордкович А.Г. и другие; под редакцией Мордковича А.Г., Общество с ограниченной ответственностью «ИОЦ МНЕМОЗИНА»

Теория вероятностей и статистика. Экспериментальное учебное пособие для 10 и 11 классов общеобразовательных учреждений / Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров, И. Р. Высоцкий, И. В. Ященко. — М.: МЦНМО, 2014. — 248с.

Математика. Вероятность и статистика. 7-9 классы. Базовый уровень. Электронная форма учебника (в двух частях).

https://ptlab.mccme.ru/vertical

итература

1. Виленкин Н. Я. Популярная комбинаторика. – М.: Наука, 1975.
2. Коваленко И.Н., Филиппова А.А. Теория вероятностей и математическая статистика. – М., 1973.
3. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика. – М., 1979.
4. Четыркин Е.М., Калахман И.Л. Вероятность и статистика. – М., 1982.
5. Мордкович А.Г., Семенов П.В. События. Вероятность. Статистика: Дополнительные материалы к курсу алгебры для 7 – 9 кл. – М.:Мнемозина, 2002. (к учебникам А.Г. Мордковича)
6. Ткачева М.В.,Федорова Н.Е. Алгебра, 7 – 9: Элементы статистики и вероятность. – М.: Просвещение, 2003. (к учебникам А.Ш. Алимова и др.)
7. Буннмович Е.А., Булычев В.А. Вероятность и статистика, 5 – 9 кл. – М.: Дрофа, 2002.
8. Мордкович А.Г., Семенов П.В. События, вероятности, статистическая обработка данных, - Математика (приложение к газете «Первое сентября»), №34, 35, 41, 43, 44, 48, 2002, №11, 17, 2003.
9. Дынкин Е. Б., Молчанов С. А., Розенталь А. Л. Математические соревнования. Арифметика и алгебра. – М.: Наука, 1998
10. Слойер К. Математические фантазии. – М.: Мир,1993.
11. Тюрин Ю. Н. и др. Теория вероятностей и статистика. – М.: МЦНМО: Московские учебники, 2004.
12. Горелова Г. В., Кацко И. А. Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применением Excel. – Ростов н/Д: Феникс, 2006.
13. Решение задач по статистике, комбинаторике и теории вероятностей.

   7-9 классы./ Авт.-сост. В.Н.Студенецкая. Изд.2-е, испр.- Волгоград: Учитель, 2006.

14. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г. Алгебра. Элементы статистики и теории вероятностей. – М.: Просвещение, 2006.
15. Палий И.А. Введение в теорию вероятностей. – М.: Высшая школа, 2005.
16. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам. – М.: Айрис пресс, 2006.
17. Болдырева М.Х., Карпухин Ю.П., Клековкин Г.А. Комбинаторика. Бином Ньютона. Избранные вопросы школьного курса математики, выпуск 7. – Самара: СИПКРО, 2002.

ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ И РЕСУРСЫ СЕТИ ИНТЕРНЕТ

Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f415fdc,

https://m.edsoo.ru/7f417fb2

https://m.edsoo.ru/7f41a302

Контрольно-измерительные материалы

10кл

Занятие 1

В нашей жизни часто приходится иметь дело со случайными явлениями, то есть ситуациями, исход которых нельзя точно предвидеть, например мы не можем точно сказать при подбрасывании монеты упадет она вверх гербом или цифрой. Аналогично не можем точно сказать, сколько очков выбьет стрелок на соревнованиях. Говоря о случайных событиях в нашем сознании возникает представление о вероятности явления.

Под испытанием в теории вероятностей принято принимать наблюдение какого-либо явления при соблюдении определенного набора условий, который каждый раз должен выполняться при повторении данного испытания. Если то же самое испытание производиться при другом наборе условии, то считается, что это уже другое испытание.

Пример: бросаем кубик – это испытание. Бросаем два кубика – другое испытание.

Результатом испытания является событие.

Событие бывает:

- достоверное (всегда происходит в результате испытания);
- невозможное (никогда не происходит);
- случайное (может произойти или не произойти в результате испытания).

Например:

1. выпадет восемь очков (невозможное);
2. выпадет не более 6 очков (достоверное);
3. выпадет число три (случайное).

Когда мы говорим о соблюдении набора условий данного испытания, мы имеем в виду постоянство значений всех факторов, контролируемых в данном испытании. Но при этом может быть большое количество неконтролируемых факторов (например, погода, ветер и т.д.), которые трудно или невозможно учесть. Следовательно, значение неконтролируемых факторов могут быть различными при каждом повторении испытания, поэтому результаты испытания оказываются случайными. Событие может произойти или не произойти.

Теория вероятностей рассматривает именно такие события, при этом предполагается, что испытание может быть повторено любое количество раз.

Например, выполнение штрафного броска в баскетболе есть испытание, а попадание в кольцо – событие. Другой пример события – это выпадение определенного числа очков при бросании игральной кости.

В теории вероятности события обозначаются заглавными латинскими буквами: A, B, C, D…

Определение: События A и B называются несовместными, если они никогда не могут произойти в результате одного испытания.

События A и B называются совместными, если они могут произойти в результате одного испытания.

Пример: испытание – один раз подбрасываем монету. События: а) выпадет орел; б) выпадет решка.

События A и B не совместны так как при подбрасывании одной монеты одновременно не выпадет орел и решка.

Определение: Событие A называется независимым от события B, если вероятность появления события A не зависит от того, произошло событие B или нет.

Событие A называется зависимым от события B, если вероятность события A меняется в зависимости от того, произошло событие B или нет.

Пример: Уточним понятие независимых событий. Будем бросать две монеты и обозначим как событие A тот факт, что первая монета упадет гербом, событие B – вторая монета упадет гербом, событие C – на одной (и только на одной) монете выпадет герб. Тогда события A, B, C попарно независимы, но два из них полностью определяют третье. Действительно, A и B независимы, так как результаты второго броска никак не зависят от первого броска, A и C (а также B и C) могут показаться зависимыми, но перебором вариантов можно получить, что $p(AC) = 1/4 = p(A)p(C)$, значит, они по определению независимые. С другой стороны, легко убедиться, что любые два события однозначно определяют третье. На этом примере хорошо видно, что события могут быть попарно независимы, но зависимы в совокупности.

Операции над событиями

1.Сумма

Событие C называется суммой $A+B$, которое представляет собой событие, состоящее из появлении хотя бы одного из событий A и B.

Пример: Бросается кубик событие A – выпадет число 2. Событие B – выпадет нечетное число. Тогда событие $C=A+B$. Будет состоять в выпадении двойки или нечетного числа

2. Произведение

Событие C называется произведением A и B, если оно состоит из всех событий, входящих и в A, и в B.

Пример: $C=A\cdot B$ (A- выпадет 3, B – выпадет нечетное число). Тогда C состоит в выпадении только числа 3, так как 3 является нечетным числом.

3.Противоположное

Событие называется противоположным событию A, называется событие, состоящее в непоявлении события A. Обозначается противоположное событие символом .

Пример: Противоположными событиями являются промах и попадание при выстреле, или выпадении герба или цифры при одном подбрасывании монеты.

Вероятность событий

а) статистический подход.

Рассмотрим некоторое количество испытаний, в результате которых появилось событие *A*. Пусть было произведено n испытаний, в результате которых событие *A* появилось ровно *m* раз. Тогда отношение - называют *относительной частотой*.

Также при большом количестве повторений испытания частость событий мало изменяется и стабилизируется около определенного значения, а при небольшом количестве повторений она может принимать различные значения. Каждое такое значение в конкретном случае принято называть вероятностью события *A* и обозначают *P(A)*.

Так как *n* всегда больше либо равно *N*, то вероятность заключена в интервале: .

Примером может служить выпадение герба или цифры при бросании монеты, которое является простым и наглядным испытанием. Практика человека говорит о том, что при большом числе бросаний примерно в 50% испытаний выпадет герб, а в 50% – цифра. А это уже определенная закономерность. Здесь нас интересует не результат отдельного подбрасывания, а то, что получится после многократных подбрасываний.

б) классическое определение.

В некоторых случая вероятности событий могут быть легко определены исходя из условий испытаний. Пусть испытание имеет n возможных исходов, то есть событий, которые могут появиться в результате данного испытания. При каждом повторении возможно появление только одного из данных исходов (то есть все n исходов несовместны). Кроме того, по условиям испытания нельзя сказать какие исходы появляются чаще других, то есть все исходы являются *равновозможными.* Допустим теперь что при n равновозможных исходах интерес представляет событие *A*, которое появляется только при *m* исходах и не появляется при остальных *n-m* исходах. И принято говорить, что в данном испытании имеется n случаев, из которых m благоприятствуют появлению события *A*. В таком случае вероятность можно вычислить, как отношение числа случаев благоприятствующих появлению события *A* (т.е. *m*), к общему числу всех исходов *n*: .

Пример 1. Из колоды с 36 перемешанными картами наудачу извлекается одна карта. Извлечение каждой карты из 36 является равновозможным событием. Поэтому вероятность извлечения "короля" составляет 4/36 = 1/9, карты выбранной масти – 9/36 = 1/4, карты выбранного цвета – 18/36 = 1/2.

Пример 2. Бросают две игральные кости. Требуется найти вероятность того, что сумма очков делится на 5. Возможные суммы очков, делящиеся на 5, равны 5 и 10. Событию "сумма очков равна 5" благоприятствуют события (1; 4), (2; 3), (3; 2), (4; 1), а событию "сумма очков равна 10" – события (4; 6), (5; 5), (6; 4). Таким образом, число благоприятствующих исходов равно 7, общее число равновозможных исходов – 6 " 6 = 36, поэтому вероятность события "сумма очков делится на 5" будет 7/36.

Пример 3. Вероятность извлечения белого шара (событие Б) из урны, содержащей три черных и четыре белых шара: р(Б) = 4/7.

Занятие 2

1. В 9 классе 10 учебных предметов. Сколькими способами можно поставить в среду первый и второй уроки?
2. Для составления двух команд из 40 человек надо выбрать капитанов команд. Каким числом способов это можно сделать?
3. На три призовых места претендуют Вася, Дима и Коля. Каким числом способов могут распределиться призовые места?
4. Сколько существует трехзначных чисел, оканчивающихся тройкой?
5. В партии 10 лотерейных билетов выигрышными являются 5. Приобретено 3 билета. В скольких случаях среди них есть хотя бы один выигрышный?
6. Четыре футболиста, четыре хоккеиста и два баскетболиста хотят сфотографироваться, стоя в один ряд, но так чтобы представители одного вида спорта стояли рядом. Каким числом способов они могут сделать это?
7. В некотором царстве не было двух жителей с одинаковым набором зубов. Каково максимальное количество жителей этого государства?
8. В урне лежат 10 жетонов с числами 1, 2, 3, 4, …, 10. Из нее вынимают три жетона. Во скольких случаях сумма написанных на них чисел равна 9? Не меньше 9.

Занятие 3

1. Сколькими способами можно разложить в два кармана пять купюр достоинством в 10, 50, 100, 500 и 1000 рублей?
2. Из десяти волейбольных мячей, обозначенных цифрами от 1 до 10, нужно выбрать пять мячей так, чтобы среди выбранных был элемент мяч с номером 5. Сколькими способами это можно сделать?
3. Сколько можно составить пятибуквенных слов из 7 гласных и 25 согласных букв, если гласные и согласные должны чередоваться?
4. Сколькими способами можно разбить 20 футболистов на две команды так, чтобы одна содержала 3 человека, а другая 15 ?
5. Во скольких девятизначных числах все цифры различны?
6. Сколько различных пятизначных чисел можно записать из цифр числа 273485961 так, чтобы четные и нечетные цифры в числе чередовались?
7. Двадцать различных книг отдано двум продавцам. Сколькими способами они могут распределить, если все книги могут быть отданы одному продавцу?

Занятие 4

1. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что: а) сумма выпавших очков равна семи; б) сумма выпавших очков равна 8, а разность четырем; в) сумма выпавших очков равна восьми, если известно, что их разность равна четырем; г) сумма выпавших очков равна пяти, а произведение – четырем?
2. В ящике имеется 10 одинаковых деталей, помеченные номерами 1, 2, …, 10. Наудачу извлечены шесть деталей. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей окажутся: а) деталь №1; б) детали №1 и №2.
3. Какова вероятность того, что из шести отмеченных чисел в карточке «Спортлото» (игра из 49) k чисел будут выигрышными.

4. Известно, что среди 40 участников имеются 10 мастеров спорта. Среди всех участников случайным образом выбрали первую пятерку, найдите вероятность, что в этой пятерке присутствуют ровно 2 мастера спорта.

5. На карточках написаны буквы: А, З, И, К, Л, Т, У, У, Ф, Ь. Вынимают наугад одну карточку за другой и раскладывают в том порядке в каком они были вынуты. Найти вероятность того, что на карточках будет написано слово ФИЗКУЛЬТУРА.

6. Во всероссийском дне бега каждому участнику присваивался определенный четырехзначный номер. И была проведена акция всем тем у кого на номере встречаются два раза цифра 7 получают в подарок кружку. Определите сколько кружек должен приготовить спорткомитет.

Занятие 5

Приведем основные правила, позволяющие определить вероятность появления сложного события, состоящего из более простых событий, вероятность которых нам известна.

1.Вероятность достоверного события равна единице: P(E)=1.

2. Вероятность невозможного события равна 0: P(Ш)=0.

3. Вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий: P(AB)=P(A)P(B).

Пример: Преступник имеет 3 ключа. В темноте он открывает дверь, выбирая ключ случайным образом. На открытие каждой из дверей он тратит 5 секунд. Найти вероятность того, что он откроет все двери за 15 секунд.

Решение. Пусть событие А – “открыты все двери”. Разобьем это событие на более простые. Пусть В – “открыта 1-я“, С – “ открыта 2-я“, а D – “ открыта 3-я“. Тогда, A=BCD по определению произведения событий. Следовательно P(A)=P(BCD). По теореме о вероятности произведения независимых событий P(BCD) = P(B)P(C)P(D).

Определение. Условной вероятностью события А, при условии, что произошло событие В, называется отношение вероятностей P(AB) к P(B) и

обозначается $P_A(B)$: .

Пример: Бросается игральный кубик. Какова вероятность того, что выпало число очков, больше трех (событие А), если известно, что выпала четная грань (событие В)?

Решение. Событию В соответствует выпадение чисел 2,4,6. Событию А выпадение чисел 4, 5, 6. Событию A B – 4, 6. Поэтому, используя формулу

условной вероятности получим: .

4. Вероятность произведения зависимых событий равна:

$P(AB)=P(A)P_A(B)$.

Пример: Изменим задачу: считаем, что преступник – забывчивый человек. Пусть преступник открыв дверь, оставляет ключ в ней. Какова тогда вероятность, что он откроет все двери за 15 сек?

Решение. Событие А – “открыты все двери”. Опять, A=BCD по определению произведения событий. Следовательно P(A)=P(BCD). Но, теперь события B, C и D – зависимы. По теореме о вероятности произведения зависимых событий $P(BCD) = P(B)P(C|B)\ P(D|BC)$.

Вычислим вероятности : $P(B)=1/3$, $P_B(C)=1/2$ (ключа осталось только два и один из них подходит!), $P_{BC}(D)=1/1$ и, значит, $P(A)=1/6$.

5. Вероятность суммы несовместных событий равна сумме их вероятностей.

$P(A_1+ A_2+\ldots+ A_n)=P(A_1)+ P(A_2)+\ldots+ P(A_n)$.

Пример: В урне 5 белых, 20 красных и 10 черных шаров, не отличающихся по размеру. Шары тщательно перемешивают и затем наугад вынимают 1 шар. Какова вероятность того, что вынутый шар окажется белым или черным?

Решение. Пусть событие А – появление белого или черного шара. Разобьем это событие на более простые. Пусть B1 – появление белого шара, а B2 – черного. Тогда, A=B1+B2 по определению суммы событий. Следовательно P(A)=P(B1+B2). Так как B1 и B2 – несовместные события, то по теореме о вероятности суммы несовместных событий P(B1+B2) = P(B1)+P(B2).

6.Вероятность суммы произвольных событий равна сумме их вероятностей без вероятности произведения событий

$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$.

В общем случае данная формулы выглядит так:

.

Пример: Ведутся поиски двух преступников. Каждый из них независимо от другого может быть обнаружен в течение суток с вероятностью 0,5. Какова вероятность того, что в течение суток будет обнаружен хотя бы один преступник?

Решение. Пусть событие А – “обнаружен хотя бы один преступник”. Разобьем это событие на более простые. Пусть B1 – обнаружен первый преступник, а B2 – обнаружен второй преступник. Тогда, A=B1+B2 по определению суммы событий. Следовательно P(A)=P(B1+B2). Так как B1и B2 – совместные события, то по теореме о вероятности суммы событий

P(B1+B2) = P(B1)+P(B2)-P(B1 B2) = 0,5+0,5 – 0,25=0,75.

Занятие 6

1. Задумано двузначное число. Найти вероятность того, что задуманным числом окажется: а) случайно названное двузначное число: б) случайно названное двузначное число, цифры которого различны?
2. Монета брошена два раза найти вероятность, что хотя бы один раз появится герб.
3. В коробке имеется шесть одинаковых жетонов с различными номерами. По одному наудачу извлекают все кубики. Найти вероятность того, что номера извлеченных кубиков появятся в возрастающем порядке.
4. В ящике имеется 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает три детали. Найдите вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными.

5. В волейбольной команде 6 мастеров спорта и 4 кандидата. Наудачу выбранным семи человекам дали премию. Найти вероятность того, что среди получивших премию окажутся три кандидата в мастера спорта?

6. В коробке пять одинаковых изделий, причем три из них окрашены. Наудачу извлечены два изделия. Найти вероятность того, что среди двух извлеченных изделий окажутся: а) одно окрашенное изделие; б) два окрашенных изделия; в) хотя бы одно окрашенное изделие.

7. В ящике 10 деталей, из которых четыре окрашены. Сборщик наудачу взял три детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окрашена.

8. Два стрелка стреляют в мишень. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет только один из стрелков.

Домашнее задание

1. Монету бросают два раза. Найти вероятность того, что хотя бы один раз появится герб.

2. Какова вероятность того, что из шести отмеченных чисел в карточке «Спортлото» (игра из 49) k чисел будут выигрышными.

3. Вероятность одного попадания в цель при одном залпе из двух орудий равна 0,38. Найти вероятность поражения цели при одном выстреле первым из орудий, если известно, что для второго орудия эта вероятность равна 0,8.

Занятие 7

1. Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно, равна 0,9. Найти вероятность, того, что из двух проверенных изделий только одно стандартное.

2. Брошены три игральные кости. Найти вероятность следующих событий: а) на двух выпавших гранях появиться одно очко, а на третьей грани – другое число очков.

3. Вероятность попадания в мишень стрелком при одном выстреле равна 0,8. Сколько выстрелов должен произвести стрелок, чтобы с вероятностью, меньшей 0,4 можно было ожидать, что не будет ни одного промаха?

4. В читальном зале имеется шесть учебников по теории вероятности, из которых три в переплете. Библиотекарь наудачу взял два учебника. Найти вероятность того, что оба учебника окажутся в переплете.

5. Среди 100 лотерейных билетов есть 5 выигрышных. Найти вероятность того, что 2 наудачу выбранные билета окажутся выигрышными.

6. В цехе работают 7 мужчин и три женщины. Наудачу отобраны три человека. Найти вероятность того, что все отобранные лица окажутся мужчинами.

7. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает предложенные ему экзаменаторам три вопроса.

Домашнее задание

1. В ящике 10 деталей, среди которых шесть окрашенных. Сборщик наудачу извлекает четыре детали. Найти вероятность того, что все извлеченные детали окажутся окрашенными.

2. Вероятности того, что нужная деталь находится в первом, втором, третьем, четвертом ящике соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти

вероятности того, что деталь содержится: а) не более чем в трех ящиках; б) не менее чем в двух ящиках.

Занятие 8

Определение. Совокупность событий A_1, A_2, …, A_n называется полной группой событий, если выполняются следующие условия:

а) она описывает все возможные исходы;

б) события попарно независимы и не совместны.

Пусть дано событие А, оно может наступить при появлении одного из несовместных Событий B_1, B_2,…, B_n, которые образуют полную группу. Нам также известны вероятности , , …, . Как можно найти вероятность события А? Ответ на этот вопрос дает.

Вероятность события А, которое может наступить лишь при условии появлении одного из несовместных событий B_1, B_2,…, B_n, образующих полную группу, равна сумме произведений вероятности каждого из этих событий на собственную условную вероятность:

.

Эту формулу также называют формулой полной вероятности.

Пример: В проведении операции по освобождению заложников участвуют 2 группы снайперов: 10 человек с винтовкой ОП21 и 20 человек с АКМ47. Вероятность поражения из ОП21 – 0,85, а АКМ47 – 0,65. Найти вероятность того, что при одном выстреле произвольного снайпера преступник будет поражен.

Решение. Пусть событие А – “преступник поражен”. Разобьем это событие на более простые. Преступник может быть поражен либо из ОП21, либо из АКМ47. Вероятность того, что произвольный снайпер вооружен ОП21 (событие Н1) равна 10/30. Вероятность того, что произвольный снайпер вооружен АКМ47 (событие Н2) равна 20/30.

Вероятность того, что преступник поражен равна:

Составим задачу: Пусть дано событие А, оно может наступить при появлении одного из несовместных Событий B_1, B_2,…, B_n, которые образуют полную группу. Так как нам заранее не известно, какое событие наступит, их называют гипотезами. Допустим, что произведено испытание в результате, которого появилось событие А. Поставим своей задачей определить как изменились вероятности гипотез, в связи с тем что событие А уже наступило. Другими словами определим следующие условные вероятности:

, , …, .

Определить данные вероятности можно при помощи формулы **Бейеса**:

,

Заменив получим:

Пример: На склад поступило 1000 подшипников. Из них 200 изготовлены на 1-м заводе, 460–на 2-м и 340 – на 3-м. Вероятность того, что подшипник окажется нестандартным, для 1-го завода равна 0,03, для 2-го – 0,02, для 3-го – 0,01. Взятый наудачу подшипник оказался нестандартным. Какова вероятность того, что он изготовлен 1-м заводом?

Решение: Пусть А – событие, состоящее в том, что взятый Подшипник нестандартный, а – H_1, H_2, H_3, гипотезы, что он изготовлен соответственно 1-м, 2-м или 3-м заводом. Вероятности указанных гипотез составляют : $P(H_1)=200/1000=0.2$, $P(H_2)=460/1000=0.46$, $P(H_1)=340/1000=0.34$.

Из условия задачи следует, что $p_1=P_{H1}(A)=0{,}03$; $p_2=P_{H2}(A)=0{,}02$; $p_3=P_{H3}(A)=0{,}01$.

Найдем вероятность того, что подшипник, оказавшийся нестандартным, изготовлен 1-м заводом. По формуле Бейеса имеем:

Занятие 9

1. Среди N экзаменационных билетов n «счастливых». Студенты подходят за билетами один за другим. У кого больше вероятность взять счастливый билет: у того, кто подошел первым, или у того, кто подошел вторым? Какова вероятность взять «счастливый» билет у последнего студента?
2. Экзаменационных билетов содержат по 2 вопроса, которые не повторяются. Экзаменующийся может ответить только на 25 вопросов. Определить вероятность того, что экзамен будет сдан, если для этого достаточно ответить на два вопроса из одного билета или на один вопрос из первого билета и на указанный дополнительный вопрос из другого билета.
3. Во время испытаний было установлено, что вероятность безотказной работы прибора при отсутствии повреждений равна 0,99, при перегреве – 0,95, при вибрации – 0,9, при вибрации и перегреве – 0,8. Найти вероятность Р1 отказа этого прибора во время работы в жарких странах (вероятность перегрева – 0,2, вибрации – 0,1) и вероятность Р2 отказа во время работы в передвигающейся лаборатории (вероятность перегрева – 0,1, вибрации – 0,3), если считать перегрев и вибрацию независимыми событиями.
4. По каналу связи передают символы А, В, С с вероятностями 0,4; 0,3; 0,3 соответственно. Вероятность искажения символа равна 0,4, и все искажения равновероятны. Для увеличения надежности каждый символ повторяют четыре раза. На выходе восприняли последовательность ВАСВ. Какова вероятность того, что передали АААА, ВВВВ, СССС?
5. На наблюдательной станции установлены 4 радиолокатора различных конструкций. Вероятность обнаружения целей с помощью первого локатора равна 0,86, второго 0,9, третьего 0,92, четвертого 0,95. Наблюдатель наугад включает один из локаторов. Какова вероятность обнаружения цели?
6. Вероятность того, что двое близнецов будут одного пола 0,64, а вероятность рождения в двойне первым мальчика 0,51. Найти вероятность того, что второй из близнецов будет мальчиком, при условии, что первый из них мальчик.

Домашнее задание

1. Некоторая деталь производиться на двух заводах. Известно, что объем продукции первого завода в к раз превышает объем второго. Доля брака на первом заводе 0,3, на втором 0,2. Наугад взятая деталь оказалась бракованной. Какова вероятность того, что эта деталь выпущена первым заводом?

2. Среди женщин – избирателей 70% поддерживают кандидата А, а среди мужчин 60%. Используя данные переписи, согласно которым доля женщин избирателей составляет 55%, оценить вероятность победы на выборах кандидата А.

3. Трое сотрудников фирмы выдают соответственно 30%, 50%, 20% всех изделий, производимой фирмой. У первого брак 2%, второго 5%, третьего 1%. Какова вероятность, что случайно выбранное изделие дефектно?

Занятие 10

Изучение случайных величин требует связи этих величин с определенными событиями, которые заключаются в попадании случайной величины в некоторый интервал и для которых определены вероятности. Другими словами необходимо связать случайную величину с полем данного испытания.

Для лучшего понимания рассмотрим пример. При бросании кости могли появиться цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6. Наперед определить число выпавших очков невозможно, так как это зависит от многих случайных величин, которые полностью не могут быть учтены. В этом смысле число очков есть величина случайная; и числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 – есть возможные значения этой величины.

Определение: Случайной называют величину, которая в результате испытания примет одно и только одно возможное значение, наперед неизвестное и зависящее от случайных причин, которые заранее не могут быть учтены.

Будем обозначать случайные величины прописными (заглавными) буквами: X, Y, Z, а их возможные значения соответствующими строчными буквами x, y, z. Если величина X имеет три значения то они будут обозначены так: x_1, x_2, x_3 .

Обычно рассматриваются два типа случайных величин: дискретные и непрерывные.

Рассмотрим следующий **пример:** Число мальчиков пошедших в секцию бальных танцев среди 100 пришедших туда людей есть случайная величина, которая может принимать следующие значения 0, 1, 2, …, 100. Эти значения отделены друг от друга промежутками, в которых нет возможных значений X . таким образом в этом примере случайная величина принимает отдельные изолированные значения.

Приведем **второй пример**: расстояние, которое пролетит диск при метании, есть величина случайная. Действительно величина зависит от многих факторов, например от ветра, температуры и других факторов, которые не могут быть полностью учтены. Возможные значения этой величины принадлежат некоторому промежутку (a;b).

В данном примере случайная величина может принять любое из значений промежутка (a;b). Здесь нельзя отделить одно возможное значение от другого промежутком, не содержащим возможных значений случайной величины.

Уже из сказанного можно заключить о том, что целесообразно будет различать случайные величины, принимающие лишь отдельные изолированные значения, и случайные величины, возможные значения которых сплошь заполняют некоторый промежуток.

Дискретной (прерывной) называют случайную величину, которая принимает отдельные, изолированные возможные значения с определенными вероятностями. Число возможных значений дискретной случайной величины может быть конечным или бесконечным.

Непрерывной называют случайную величину, которая может принимать все значения из некоторого конечного или бесконечного промежутка. Очевидно, число возможных значений непрерывной случайной величины бесконечно.

Еще примерами непрерывных случайных величин могут быть спортивный результат в беге или прыжках, рост и масса тела человека, сила мышц и другие.

Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины.

Для задания дискретной случайной величины не достаточно перечислить все возможные ее значения, нужно еще указать их вероятности.

Законом распределения дискретной случайной величины называют соответствие между возможными значениями и их вероятностями; его можно задать таблично, в виде формулы и графически.

При табличном задании первая строка содержит возможные значения, а вторая – их вероятности:

X	x_1	x_2	…
p	p_1	p_2	…

Сумма вероятностей второй строки таблицы равнеа единице:

.

Если множество возможных значений X бесконечно, то ряд сходится и его сумма равна единице.

Для наглядности закон распределения дискретной случайной величины можно изобразить и графически, для чего в прямоугольной системе координат строят точки (x_i; p_i), а затем соединяют их отрезками прямых. Полученную фигуру называют многоугольником распределения.

Для непрерывной случайной величины график выглядит в виде кривой непрерывной на данном промежутке.

Занятие 11

Как известно закон распределения полностью характеризует случайную величину. Однако часто закон распределения неизвестен и приходится ограничиваться меньшими сведениями. Также для решения многих задач не нужно знать распределения случайной величины, а достаточно знать лишь некоторые обобщающие числовые характеристики этого распределения.

Одной из таких характеристик является математическое ожидание. Для более наглядного определения рассмотрим подход к этому понятию на конкретном примере.

Пусть имеется дискретная случайная величина X, которая может принимать значения x_1, x_2, …, x_n. Вероятности которых соответственно равны p_1, p_2, …, p_n. Тогда математическое ожидание M(X) случайной величины X определяется равенством:

.

Пример: Найти математическое ожидание дискретной случайной величины X, заданной законом распределения:

X	**-4**	**6**
P	**0,2**	**0,3**

Решение: $M(X)=-4\cdot 0{,}2+6\cdot 0{,}3+10\cdot 0{,}5=6$

Математическое ожидание приближенно равно (тем точнее, чем больше число испытаний) среднему арифметическому наблюдаемых значений случайной величины.

На практике часто требуется оценить рассеяние возможных значений случайно величины вокруг ее среднего значения. Например, в артиллерии важно знать, насколько кучно лягут снаряды вблизи цели, которая должна быть поражена. Именно такие задачи решает дисперсия.

Определение: Дисперсией случайной величины X называется математическое ожидание квадрата отклонений случайной величины от ее математического ожидания. Дисперсия обозначается, как D(x)

$D(X)=M[X-M(X)]^2=M[(x-\underline{x})^2]$

Пример: Найти дисперсию случайной величины X, которая задана следующим законом распределения:

X	1	2	5
p	0,3	0,5	0,2

Решение. Найдем математическое ожидание:

.

По определению:

.

Используя формулу $D(X)=M(X)^2-[M(X)]^2$ можно найти дисперсию гораздо быстрее:

.

Для оценки рассеяния всевозможных значений случайной величины вокруг ее среднего значения кроме дисперсии служат и другие величины.

Средним квадратическим отклонением величины X называют квадратный корень из дисперсии

Занятие 12

1. Найти дисперсию дискретной случайной величины X и построить многоугольник распределения, заданной законом распределения:

X	-4	6
p	0,2	0,3

а) б)

X	0,21	0,54	0
p	0,1	0,5	0

В денежной лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 50 р. и десять выигрышей по 1 р. Найти закон распределения случайной величины X – стоимости возможного выигрыша для владельца лотерейного билета.

2. Дискретная случайная величина имеет только 2 возможных значения x и y, причем x

Занятие 13

В практике статистических наблюдений различают два вида наблюдений:

- Сплошное (изучаются все объекты);
- Выборочное (несплошное, когда изучается часть объектов).

Примером сплошного наблюдения является перепись населения, охватывающее все население страны. Выборочными наблюдениями является, например, проводимые социологические исследования, охватывающие часть населения страны, области, района и т.д.

Определение: Вся подлежащая изучению совокупность объектов называется **генеральной совокупностью**.

Определение: Часть объектов, которая отобрана для непосредственного изучения из генеральной совокупности, называется **выборочной совокупностью или выборкой**.

Числа объектов в генеральной или выборочной совокупности называют их **объемами.** Генеральная совокупность может иметь конечный и бесконечный объем.

Сущность выборочного метода состоит в том, чтобы по некоторой части генеральной совокупности (по выборке) выносить суждение о ее свойствах в целом.

Преимущества выборочного метода:

- Экономия затраты ресурсов
- Единственно возможный в случае бесконечной генеральной совокупности или в случае, когда исследовании связано с уничтожением наблюдаемых объектов (например исследование долговечности электрических лампочек и т.д)
- Возможность углубленного исследования за счет расширения программы исследования при тех же затратах.
- Снижение ошибок регистрации.

Неизбежные ошибки, возникающие в связи с изучением части объектов, могут быть заранее оценены и по средствам правильной организации выборки сведены к незначимым величинам.

Между тем использование сплошного наблюдения часто приводит к снижению точности наблюдения, а это у же вызывает неустранимые ошибки, и может привести к снижению точности сплошного наблюдения по сравнению с выборочным.

Чтобы по данным выборки иметь возможность судить о генеральной совокупности, она должна быть отобрана случайно. На практике отбор может выполняться с помощью жеребьевки (лотереи) или с помощью случайных чисел.

Основной недостаток выборочного метода – ошибки исследования, называемые ошибками репрезентативности.

Выборка называемая репрезентативной (представительной), если она достаточно хорошо воспроизводит генеральную совокупность.

Виды выборок:

- собственно – случайная выборка (случайный выбор элементов без расчленения на части или группы)
- механическая выборка (элементы отбираются через определенный интервал)
- типическая выборка (выбор случайным образом элементов из типических групп, на которые по некоторому признаку разбивается генеральная совокупность)
- серийная выборка (случайным образом отбираются целые группы совокупности, а сами серии подвергаются сплошному наблюдению)

Способы образования выборки:

- повторный выбор – каждый элемент, случайно отобранный и обследованный, возвращается в общую совокупность и может быть повторно отобран.
- Бесповторный отбор – когда обратный элемент не возвращается в общую совокупность.

Наименование характеристики	Генеральная совокупность	Выборка
Математическое ожидание		
Дисперсия		
Доля		

Где x_i – значение признака.

N и n – объемы генеральной и выборочной совокупностей.

N_i и n_i – число элементов генеральной и выборочной совокупностей со значением признака x_i

M и m – число элементов генеральной и выборочной совокупностей, обладающих данным признаком

Пример: генеральная совокупность задана таблицей распределения:

X_i	2	4	5
N_i	8	9	10

Найти дисперсию.

Важнейшей задачей выборочного метода является оценка параметров генеральной совокупности по данным выборки.

Занятие 14

Рассмотрим пример:

Необходимо изучить изменение результатов спортсменов, занимающихся легкой атлетикой, по сравнению с предыдущим годом. Получены следующие данные результатов в процентах к предыдущему году: 97,8; 97,10; 101,17;,,,;142,3;141,02.(всего 100 значений.).

Различные значения признака (случайной величины X) называется вариантами (обозначаем их через x).

Первый шаг к осмыслению – упорядочивание. Расположение вариантов в порядке возрастания (убывания), т.е. **ранжирование вариантов ряда.**

Следующим шагом произведем группировку, то есть разобьем на отдельные интервалы. Число интервалов не следует брать большим.

Числа показывающие, сколько раз встречаются варианты из данного интервала, называются **частотами** (n_i), а отношение их к общему числу наблюдений **частостями** w_i=n/n_i. Частоты и частости называют **весами.**

I	Результаты в процентах к предыдущему году x	Частота (количество спортсменов)n_i	Частость (доля рабочих)w_i=n/n_i	Накопленн $n_i^{нак}$
1	94,0-100	3	0,03	3
2	100,0-106,0	7	0,07	10
3	106,0-112,0	11	0,11	21
…	…	…	…	…
8	136,0-142,0	2	0,02	100
		100	1,00	

Определение: Вариационным рядом называется ранжированный в порядке возрастания или убывания ряд вариантов с соответствующими им весами (частотами или частостями).

Определение: накопленная частота $n_i^{нак}$ показывает сколько наблюдалось вариантов со значениями признака меньших x.

Накопленная частость – отношение накопленной частоты к общему числу наблюдений: $w_i^{нак}$= $n_i^{нак}$/n

Теперь полученный нами вариационный ряд позволяет выявить закономерности.

Для задания вариационного ряда достаточно указать варианты и соответствующие им частоты или частости.

Занятия 15-16

Вариационный ряд называется **дискретным**, если любые его варианты отличаются на постоянную величину.

Вариационный ряд называется **непрерывным**, если варианты могут отличаться один от другого на сколь угодно малую величину.

В примере мы привели пример непрерывного ряда.

Для графического изображения вариационного ряда используются:

Полигон – служит для изображения дискретного вариационного ряда и представляет собой ломаную, в которой концы отрезков имеют (x_i, n_i).

Гистограмма служит для изображения интервальных вариационных рядов и представляет собой ступенчатую фигуру из прямоугольников с основаниями, равными интервалам значений признака к=x_2-x_1. И высоты равные частотам.

Если соединить середины верхних оснований прямоугольников отрезками прямой, то можно получить полигон того же распределения.

Кумулятивная прямая (кумулята) – кривая накопленных частот. Для дискретных рядов кумулята представляет ломаную, соединяющую точки (xi, $n_i^{нак}$) или (x_i, $w_i^{нак}$). Для интервального вариационного ряда ломаная начинается с точки, абсцисса, которой равна началу первого интервала, а ордината – накопленной частоте, равной нулю. Другие точки соответствуют концам интервалов.

Сформулируем принцип практической уверенности:

Если вероятность события А в данном испытании очень мала, то при однократном выполнении испытания можно быть уверенным в том, что событие А не произойдет, и в практической деятельности вести себя так, как будто событие А вообще невозможно.

Например: отправляясь самолетом в другой город, мы не рассчитываем на возможность погибнуть в авиа катастрофе, хотя вероятность такого события имеется.

Но при многократном повторении испытаний мы не можем считать маловероятное событие А практически невозможным.

Определение: Статистической гипотезой называется любое предположение о виде или параметрах неизвестного закона распределения.

Проверяемую гипотезу обычно называют нулевой и обозначают H_0. Также рассматривают альтернативную (конкурирующую гипотезу) H_1 являющуюся отрицанием H_0.

Суть проверки статистической гипотезы состоит в вычислении статистики данной выборки. Затем по выборочному распределению определятся критическое значение. Если статистика больше критического значения, то событие можно считать практически не возможным.

Сравнение двух совокупностей имеет важное практическое значение. На практике часто встречается случай, когда средний результат одной серии эксперимента отличается от среднего результата другой серии.

Пример: В промышленности данная задача возникает при выборочном контроле качества изделий, изготовленных на разных установках или при различных технологических режимах.

Пусть имеются две совокупности, характеризуемые генеральными средними x и y. И дисперсиями для которых найдены средние арифметические и выборочные дисперсии. Необходимо проверить гипотезу H_0 о равенстве генеральных средних. Тогда статистика находится по следующей формуле:

Если $t>t_{кр}$ то гипотеза H_0 отвергается. Если нет, то делается вывод что нулевая гипотеза не противоречит имеющимся наблюдениям.

Занятия 17 – 18

Определение: Корреляционной зависимостью между двумя переменными величинами называется функциональная зависимость между значениями одной из них и условным математическим ожиданием другой.

Корреляционная зависимость может быть представлена в виде:

Это уравнение называют уравнением регрессии, а их графики линиями регрессии.

Для отыскания уравнений регрессий необходимо знать закон распределения двумерной случайной величины.

Данные о статистической зависимости удобно задавать в виде корреляционной таблицы.

Вес (кг) (X)	Середины интервалов	Рост (см) (y)			
		155-160	160-165	165-170	170-175
	x_i y_j	157,5	162,5	167,5	172,5
40-45	42,5	2	1		7
45-50	47,5	3	6	4	6
50-55	52,5		3	11	1
60-65	62,5	2	1	2	
70-75	72,5				1
Всего n_j	7	11	17	15	50
Групповая средняя	50,4	49,8	52,5	47,2	

Вычисленные групповые средние изобразим графически в виде ломанной, называемой эмпирической линией регрессии.

По виду ломанной можно предположить наличие линейной функциональной зависимости между случайными величинами X и У, то есть имеется функция y=kx+b, где

Где выборочная ковариация и равна:

К=-46,09 В=2471,02 У=-46,09х+2471,02

Занятия 19-20

1. В ходе исследования результатов забега на 100 метров юношами одиннадцатых классов двух групп – экспериментальной и контрольной – были получены данные, представленные в таблице.

2.

Время (секунды)	12,3-13,9	13,9-15,5
Число юношей экспериментальной группы	3	20
Число юношей контрольной группы	1	8

1. Изобразить данные графически, построив гистограммы для каждой группы.
2. Для каждой группы определить среднее значение, дисперсию, моду и медиану.
3. Проверить гипотезу о равенстве средних двух групп учащихся, используя критерий Стьюдента и полагая критическое значение статистики 1,67.

Домашняя работа.

В ходе исследования результатов высоты прыжка с места спортсменов – велосипедистов двух групп – экспериментальной и контрольной – были получены данные, представленные в таблице.

Высота прыжка (см)	37-45	45-5
Число юношей экспериментальной группы	4	20
Число юношей контрольной группы	2	15

1. Изобразить данные графически, построив гистограммы для каждой группы.
2. Для каждой группы определить среднее значение, дисперсию, моду и медиану.
3. Проверить гипотезу о равенстве средних двух групп учащихся, используя критерий Стьюдента и полагая критическое значение статистики 1,67.

Занятия 21-22

Подготовка к контрольной работе.

Комбинаторика:

1. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, если каждая цифра входит в изображение числа только один раз.
2. Сколько можно составить сигналов из 6 флажков различного цвета, взятых по 2?
3. Сколькими способами можно выбрать 2 детали из ящика, содержащего 10 деталей?
4. Сколько существует двузначных чисел, у которых цифра десятков меньше цифры единиц?
5. В нашем распоряжении есть три различных флага. На флагштоке поднимается сигнал состоящий не менее, чем из двух флагов. Сколько различных сигналов можно поднять на флагштоке, если порядок флагов в сигнале учитывается.
6. В карточке игры «Русское лото» нужно зачеркнуть 6 чисел от 1 до 99. Сколькими способами это можно сделать?
7. Сколько различных имен – отчеств можно составить из имен Надежда, Иван, Андрей, Наталья, Дмитрий, Людмила, Александр?

8. Шесть ящиков занумерованы числами от 1 до 6. Сколькими способами можно разложить по этим ящикам 20 одинаковых шаров так, чтобы ни один ящик не оказался пустым?

Вероятность:

1. В партии 10 из деталей 7 стандартных. Найти вероятность того, что среди шести взятых наудачу деталей 4 стандартных.
2. В конверте среди 100 фотокарточек находится одна разыскиваемая. Из конверта наудачу извлечены 10 карточек. Найти вероятность того, что среди них окажется нужная.
3. В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку наудачу отобраны 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов пять отличников.
4. В урне 30 шаров: 10 красных, 5 синих, 15 белых. Найти вероятность появления цветного шара.
5. Стрелок стреляет по мишени, разделенной на 3 области. Вероятность попадания в первую область равна 0,45, во вторую 0,35. Найти вероятность, того, что стрелок при одном выстреле попадет либо в первую область, либо во вторую.
6. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что: а) на каждой из выпавших граней появиться пять очков. Б) на всех выпавших гранях появиться одинаковое количество очков.
7. Найти вероятность совместного поражения цели двумя орудиями, если вероятность поражения цели первым орудием 0,8, а вторым 0,7.
8. Имеется 3 ящика, содержащие по 10 деталей. В первом ящике 8, во втором 7 и в третьем 9 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что все три вынутые детали окажутся стандартными.
9. В урне 5 белых, 4 черных, 3 синих шара. Каждое испытание состоит в том, что наудачу извлекают один шар, не возвращая его обратно. Найти вероятность того, что при первом испытании появиться белый шар, при втором – черный и при третьем – синий.
10. В мешочке имеется 10 одинаковых кубиков с номерами от 1 до 10. Наудачу извлекают по одному три кубика. Найти вероятность того, что последовательно появятся кубики с номерами 1, 2, 3, если кубики извлекаются: а) без возвращения; б) с возвращением.
11. Вероятности попадания в цель при стрельбе из трех орудий: 0,8, 0,7, 0,9. Найти вероятность хотя бы одного попадания при одном залпе из всех орудий.
12. вероятности попадания в цель при стрельбе первого и второго орудий равны 0,7 и 0,8. Найти вероятность попадания при одном залпе хотя бы одним орудием.
13. Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартна, равна 0,8, а второго 0,9. Найти вероятность того, что взятая на удачу деталь (из наудачу взятого набора) – стандартная.
14. В первой коробке содержится 20 радиоламп, из них 18 стандартных, во второй коробке 10 ламп, из них 9 стандартных. Из второй коробки наудачу взята лампа и переложена в первую. Найти вероятность того, что лампа, наудачу извлеченная из первой коробки, будет стандартной.
15. Детали, изготовленные цехом завода, попадают для проверки их на стандартность к одному из двух контроллеров Вероятность того, деталь попадет к первому контроллеру равна 0,6, а ко второму 0,4. Вероятность того, что годная деталь будет признана стандартной первым контроллером 0,94, а вторым 0,98. Годная деталь при проверки была признана стандартной. Найти вероятность того, что эту деталь проверил первый контроллер.

16. Батарея из трех орудий произвела залп, причем два снаряда попали в цель. Найти вероятность того, что первое орудие дало попадание, если вероятности попадания цель первым, вторым и третьим орудиями равны: 0,4, 0,3 и 0,5.

Приложение 2

Самостоятельная работа № 1

1. Сколько существует двузначных чисел, у которых цифра десятков меньше цифры единиц?
2. В нашем распоряжении есть три различных флага. На флагштоке поднимается сигнал состоящий не менее, чем из двух флагов. Сколько различных сигналов можно поднять на флагштоке, если порядок флагов в сигнале учитывается.
3. В карточке игры «Русское лото» нужно зачеркнуть 6 чисел от 1 до 99. Сколькими способами это можно сделать?
4. Сколько различных имен – отчеств можно составить из имен Надежда, Иван, Андрей, Наталья, Дмитрий, Людмила, Александр?
5. Шесть ящиков занумерованы числами от 1 до 6. Сколькими способами можно разложить по этим ящикам 20 одинаковых шаров так, чтобы ни один ящик не оказался пустым?

Самостоятельная работа № 2

1. Найти вероятность того, что при бросании трех игральных костей шестерка выпадает на одной (безразлично какой) кости, если на гранях двух других костей выпадут числа очков, не совпадающие между собой (и не равные шести).
2. Набирая номер телефона, абонент забыл последние три цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их на удачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.
3. Из партии изделий товаровед отбирает изделия высшего сорта. Вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется высшего сорта, равна 0,8. Найти вероятность того, что из трех проверенных изделий только два изделия высшего сорта.
4. Вероятности попадания в цель при стрельбе первого и второго орудий соответственно равны: 0,7 и 0,8. Найти вероятность попадания при одном залпе (из обоих орудий) хотя бы одним из орудий.
5. У сборщика имеется 3 конусных и 7 эллиптических валиков. Сборщик взял один валик, а затем второй. Найти вероятность того, что первый из взятых валиков – конусный, а второй эллиптический.

Самостоятельная работа № 3

1. В сборочный цех завода поступает 40% деталей из первого цеха и 60 процентов из второго. В цехе номер 1 производиться 90% стандартных деталей, а во втором 95%. Найти вероятность, того, что наудачу взятая деталь окажется стандартной? Найти вероятность того, что стандартная деталь изготовлена вторым цехом.
2. Из 40 экзаменационных билетов студент выучил только 30. Каким выгоднее ему зайти на экзамен, первым или вторым?
3. Прибор содержит две микросхемы. Вероятность выхода из строя в течение 10 лет первой микросхемы равна 0.007, а второй 0.1. Известно, что из строя вышла одна микросхема. Какова вероятность того, что вышла из строя первая микросхема?

Самостоятельная работа № 4

1. Монета бросается 4 раза. Построить многоугольник распределения случайной величины X – числа выпадений герба.
2. В урне 8 шаров, из которых 5 белых, остальные – черные. Из нее наудачу вынимают 3 шара. Найти закон распределения числа белых шаров. Вычислить Математическое ожидание и дисперсию.
3. Вероятность сдачи экзамена первым студентом 0.6, а вторым 0.9. Составить ряд распределения и вычислить ее математическое ожидание и дисперсию случайной величины X – числа студентов, успешно сдавших экзамен в случае, когда: а) экзамены пересдавать нельзя; б) экзамен можно один раз пересдать.

Контрольная работа

1. На каждой из семи одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв о, п, т, к, н, и, с. Найдите вероятность того, что на четырех, вынутых по одной и расположенных в одну линию, карточках можно будет прочитать слово «кино».
2. В фирме работают 9 мужчин и 4 женщины. По табельным номерам наудачу отобрали 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся 2 женщины.
3. Два стрелка стреляют по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0.7, для второго 0.85. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадает только один из стрелков.
4. В магазин завезли 3 коробки импортной обуви и 5 коробок отечественной. Вероятность того, что импортная обувь без брака – 0.8; отечественная – 0.7. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная пара обуви из наудачу взятой коробки без брака.
5. В ходе исследования результатов забега на 100 метров юношами одиннадцатых классов двух групп – экспериментальной и контрольной – были получены данные, представленные в таблице.

Время (секунды)	12,3-13,9	13,9-15,5
Число юношей экспериментальной группы	3	20
Число юношей контрольной группы	1	8

Изобразить данные графически, построив гистограммы для каждой группы. Для каждой группы определить среднее значение, дисперсию, моду и медиану. Проверить гипотезу о равенстве средних двух групп учащихся, используя критерий Стьюдента и полагая критическое значение статистики 1,67.